

SYNTHESE MODULE OPTIMISATION (TEC 751)

Exercice 1 (2 points) :

A

Démontrez, sans utiliser la condition nécessaire et suffisante, que la fonction suivante admet comme minimum : -2 :

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

Donnez la (ou les valeurs des points critiques).

Exercice 2 (4 points) :

- 1) Discuter dans quelles conditions la fonction f soumise aux différentes contraintes admet de(s) point(s) critique(s).
- 2) Déterminer sa (ou leur) nature.

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

$$g(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Exercice 3 (6 points) :

Soit la fonction f soumise à la contrainte g .

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 + x_3^2$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$$

1. Trouvez le(s) extremum(s) en utilisant :
 - a). la méthode de substitution.
 - b). la méthode des multiplicateurs de Lagrange:
2. Donnez une conclusion

Exercice 4 (8 points) :

Déterminer les quatre premiers simplex de la fonction suivante :

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1 - 4x_2$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,2 \quad \text{point de base } (0,0)$$

Calculer le pourcentage de l'écart par rapport à l'optimum pour chaque simplex.

$$g' = 2x_1 + x_2 - x_3^2$$

$$1 + \frac{4}{4} + 2 - \frac{4}{2}$$

$$= 1 + 2 - 2 = 1$$